

# 1 Rauschen

Kleine, nicht deterministische Schwankungen (Fluktuationen) einer Messgröße nennt man Rauschen. Es stellt ein fundamentales Phänomen dar und setzt so stets eine untere Grenze für die Empfindlichkeit einer Messung. Rauschen kann nur statistisch beschrieben werden. Folgende Größen sind in der Literatur anzutreffen [3, 19] (hier am Beispiel einer Rauschspannung, darin bedeutet „ $\leftrightarrow$ “ die Fourier-Transformation):

$$\text{Rauschspannung: } u(t) \leftrightarrow \underline{U}(j\omega) \quad [\text{V}] \quad (1-a)$$

$$\text{Amplituden-Dichteverteilung (ADV): } p(u) \quad \text{mit} \quad \int_{-\infty}^{\infty} p(u) \cdot du = 1 \quad [1] \quad (1-b)$$

Erwartungswert (arithmetischer Mittelwert, erstes Moment):

$$\overline{u(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot T} \cdot \int_{-T}^T u(t) \cdot dt = \int_{-\infty}^{\infty} u \cdot p(u) \cdot du \quad [\text{V}] \quad (1-c)$$

Schwankungsquadrat (Varianz, zweites Moment):

$$\overline{u^2(t)} = \sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot T} \cdot \int_{-T}^T u^2(t) \cdot dt = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \cdot p(u) \cdot du = \int_{-\infty}^{\infty} S_u(f) \cdot df \quad [\text{V}^2] \quad (1-d)$$

Autokorrelationsfunktion (AKF):

$$R_{uu}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot T} \cdot \int_{-T}^T u(t) \cdot u(t + \tau) \cdot dt \leftrightarrow S_u(f) \quad \text{mit} \quad R_{uu}(\tau) = R_{uu}(-\tau) \quad [\text{V}^2] \quad (1-e)$$

(zweiseitiges) Leistungsdichtespektrum (LDS):

$$S_u(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|\underline{U}_T(j\omega)|^2}{T} \quad [\text{V}^2\text{s}] = [\text{V}^2/\text{Hz}] \quad (1-f)$$

(effektive, ) äquivalente Rausch-Spannungsdichte:

$$\overline{e_u} = \sqrt{S_u(f)} \quad [\text{V} \cdot \text{Hz}^{-1/2}] \quad (1-g)$$

Für lineare Zweitore gilt für die Beziehung der Rauschgrößen von Ein- und Ausgang:

- 1.)  $S_{u,Ausgang} = |\underline{H}(f)|^2 \cdot S_{u,Eingang}$  mit  $\underline{H}(f)$  – Übertragungsfunktion des Zweitores
- 2.) Eine gaußverteilte ADV am Eingang ergibt gaußverteilte ADV am Ausgang.
- 3.) Ein- und Ausgangsrauschen sind vollständig korreliert.

Für jedes Rauschen gilt:

- 1.) Der Anteil aus einem Frequenzbereich ist mit dem aus einem anderen unkorreliert.
- 2.) Transformation in einen anderen Frequenzbereich erhält die Korrelation und das ADV. Das gilt auch für die Frequenzabhängigkeit des LDS, sofern es dabei nicht durch Filter verändert wird.
- 3.) Es handelt sich (fast immer) um einen stationären (zeit-invarianten) ergodischen Prozess, d.h. der zeitliche Mittelwert gleicht dem Scharmittelwert. Das gilt auch für die Varianz.

Nach der Frequenz-Abhängigkeit des Rausch-Leistungsdichtespektrums unterscheidet man folgendermaßen:

- Weißes Rauschen → LDS ~ const
- Rosa Rauschen → LDS ~ 1/f
- Braunes Rauschen → LDS ~ 1/f<sup>2</sup>

## 2 Rauschursachen

Die folgenden Betrachtungen stammen, soweit nicht anders vermerkt aus [3]. Man unterteilt die verschiedenen Rauschursachen in Hochfrequenz- (HF-) und Niederfrequenz- (NF-) Rauschen. Zum HF-Rauschen gehören jene mit konstantem Leistungsdichtespektrum (LDS) (thermisches -, Schrot-, Diffusions-Rauschen). Bei NF-Rauschen steigt das LDS mit sinkender Frequenz (1/f-, G/R-Rauschen). Das 1/f-Rauschen wird hier etwas ausführlicher behandelt.

### 2.1 Thermisches Rauschen

Beim thermischen Rauschen handelt es sich um Schwankungen der Ladungsträger-Geschwindigkeit, welche von der thermischen Energie herrühren. Diese Schwankungen erzeugen in jedem ohmschen Widerstand eine Rauschspannung bzw einen Rauschstrom mit den folgenden Leistungsdichte-Spektren:

$$S_u = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \quad \text{Einheit [V}^2\text{s]} = [\text{V}^2\text{/Hz}] \quad (2.1-a)$$

$$S_i = \frac{4 \cdot k \cdot T}{R} \quad \text{Einheit [A}^2\text{s]} = [\text{A}^2\text{/Hz}] \quad (2.1-b)$$

- mit  $S_u$  - Leistungsdichtespektrum der Spannung über dem Widerstand R  
 $S_i$  - Leistungsdichtespektrum des Stromes durch den Widerstand R  
 $k$  - Boltzmann-Konstante  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K  
 $T$  - (absolute, thermodynamische) Temperatur

Das Rauschspektrum ist demnach vollkommen unabhängig von anderen Strömen oder Spannungen und besitzt eine konstante Leistungsdichte über der Frequenz. Bei sehr hohen Frequenzen oder sehr niedrigen Temperaturen müssen die Leistungsdichte-Spektren noch mit dem einheitenlosen Planckschen Korrekturfaktor multipliziert werden:

$$p(f, K) = \frac{h \cdot f}{k \cdot T} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h \cdot f}{k \cdot T}\right) - 1} \quad (2.1-c)$$

- mit  $h$  - Plancksches Wirkungsquantum  $h=6,625 \cdot 10^{-34}$  Js  
 $f$  - Frequenz  
 $k$  - Boltzmann-Konstante  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K  
 $T$  - (absolute, thermodynamische) Temperatur

Bei einer Temperatur von 0K (-273,15°C, absoluter Nullpunkt) verschwindet das thermische Rauschen komplett.

Wegen des frequenz-unabhängigen Leistungsdichte-Spektrums ist die Autokorrelations-Funktion (AKF) nur für  $\Delta t=0$  von Null verschieden:

$$r_{uu}(\Delta t) = 2 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot \delta(\Delta t) \quad (2.1-d)$$

- mit  $\delta$  - Diracsche Deltafunktion  
 $\Delta t$  - Zeitverschiebung  
 $k$  - Boltzmann-Konstante  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K  
 $T$  - (absolute, thermodynamische) Temperatur  
 $R$  - (Wirk-) Widerstand

Die Amplituden-Dichteverteilung (ADV) ist normalverteilt (Gauß-Verteilung). Bild 2-1 zeigt das Rausch-Ersatzschaltbild eines komplexen Widerstandes  $\underline{Z}$ . Daraus sind mit der Bandbreite  $\Delta f$  folgende Relationen ersichtlich:

Verfügbare Rauschleistung:  $P_{verf} = k \cdot T \cdot \Delta f \quad (2.1-e)$

Leerlaufspannung:  $u_{RMS}(t) = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot \text{Re}(\underline{Z}) \cdot \Delta f} \quad (2.1-f)$

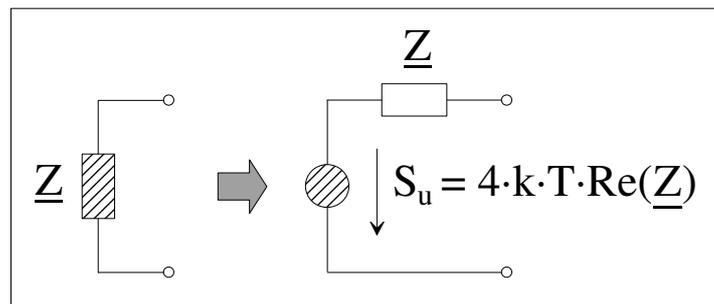


Bild 2-1 : Rauschersatzschaltbild eines komplexen Widerstandes

## 2.2 Diffusionsrauschen

Diffusionsrauschen entsteht, wenn in einem Material (vor allem in Halbleitern) die Ladungsträger durch die angelegte Spannung so stark beschleunigt werden, dass ihre Driftgeschwindigkeit die thermische Geschwindigkeit übersteigt, so dass sie diese zugeführte Energie nicht mehr an das Atom-Gitter abgeben können. In solch einem Fall spricht man von „heißen Elektronen“, da die (fiktive) Temperatur des Ladungsträgergases größer als die Material-Temperatur ist. Diese Aufheizung ist der einzige Unterschied zum thermischen Rauschen. Daher gilt für das Leistungsdichtespektrum des Rausch-Stromes:

$$S_i = 4 \cdot k \cdot T_e \cdot G \quad (2.2-a)$$

- mit  $S_i$  - Leistungsdichtespektrum der Stromfluktuationen  
 $T_e$  - Temperatur des Elektronengases  
 $k$  - Boltzmann-Konstante  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K  
 $G$  - (Wirk-) Leitwert des rauschenden Materials

In welcher Weise die Elektronengas-Temperatur von der Feldstärke beeinflusst wird, ist materialabhängig. Charakteristisch ist jedoch, dass die Elektronengas-Temperatur zunächst konstant ist (rein thermisches Rauschen) und bei einer bestimmten Feldstärke linearen oder quadratisch ansteigt (z.B. GaAs: rein thermisches Rauschen bis  $E = 10^3$  V/cm, quadratischer Anstieg der Rauschtemperatur bei  $E > 10^3$  V/cm, [3] S.64).

Die Bezeichnung „Diffusionsrauschen“ stammt von der Betrachtung aus Sicht der Diffusionskonstanten, die mit der Temperatur über die Einstein-Beziehung verknüpft ist:

$$D = \mu \cdot \frac{k \cdot T_e}{e} \quad (2.2-b)$$

- mit D - Diffusionskonstante  
 $\mu$  - Beweglichkeit der Elektronen  
 $T_e$  - Temperatur des Elektronengases  
 $k$  - Boltzmann-Konstante  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K  
 $e$  - Elementar-Ladung  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  As

### 2.3 Schrotrauschen (shot noise)

Schrotrauschen tritt auf, wenn Ladungsträger unabhängig voneinander eine Potential-Barriere durchlaufen, weil es sich dabei um einen statistischen (also unregelmäßigen) Vorgang handelt. Dabei entsteht eine Fluktuationen der Stromstärke:

$$S_i = 2 \cdot q \cdot I_{DC} \quad \text{für } f \ll \frac{1}{\tau} \quad (2.3-a)$$

- mit  $S_i$  - Leistungsdichtespektrum der Stromfluktuationen  
 $q$  - elektrische Ladung eines einzelnen Ladungsträgers  
 $I_{DC}$  - Gleichstrom über die Potentialbarriere  
 $f$  - Frequenz  
 $\tau$  - Laufzeit der Ladungsträger durch die Potentialbarriere

Die Stärke des Kurzschluß-Rauschstroms hängt also von der Potentialbarriere selbst nicht ab! In Erscheinung tritt es vor allem, wenn Ladungsträger nicht in genügend großer Anzahl vorhanden sind (Halbleiter-Übergänge, Vakuum-Röhren); in Metallen ist es praktisch nicht messbar. In Bauteilen, wo sich der Gesamt-Gleichstrom aus zwei Teil-Strömen unterschiedlicher Richtung zusammensetzt (z.B. Diode: Elektronen- und Löcherstrom), muss in der Schrotrausch-Formel die Summe der beiden Ströme eingesetzt werden, weil ihr Schrotrauschen nicht korreliert. (Ein Amperemeter dagegen zeigt die Differenz der Dioden-Ströme an!) Bild 2-2 zeigt das Schrotrausch-Ersatzschaltbild einer Diode bezüglich des Schrotrauschens. Obwohl der Kurzschluß-Rauschstrom mit dem Gleichstrom  $I_{DC}$  steigt, verringert sich aufgrund des sinkenden Dioden-Widerstandes  $r_D$  die Leerlauf-Rauschspannung:

$$\text{Kurzschluß-Rauschstrom: } \overline{i_{RMS}} = \sqrt{2 \cdot e \cdot I_{DC} \cdot \Delta f} \quad (2.3-b)$$

$$\text{Leerlauf-Rauschspannung: } \overline{u_{RMS}} = \overline{i_{RMS}} \cdot r_D = \overline{i_{RMS}} \cdot \frac{u_T}{I_{DC}} = u_T \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \Delta f}{I_{DC}}} \quad (2.3-c)$$

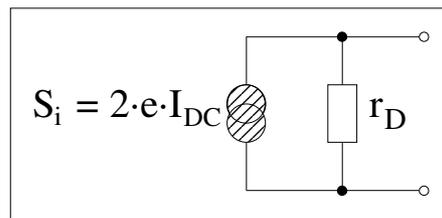


Bild 2-2 : Schottrausch-Ersatzschaltbild einer Diode

## 2.4 „Durchbruch-Rauschen“ von Halbleiter-Übergängen

Für das Rauschen von Halbleiter-Dioden beim Lawinendurchbruch (pn- oder Schottky-Übergang) existieren mehrere Ursachen. Untersuchungen aus den 1960er (z.B. [22]) von Lawinen-Photodioden (APD) erklärten es als durch Stoßionisation erhöhtes Schottrauschen (avalanche noise):

$$\frac{S_i}{I_{DC}^2} = \frac{2 \cdot e \cdot I_{DC} \cdot M_n \cdot M_p}{I_{DC}^2} = 2 \cdot e \cdot k \cdot I_{DC} \quad (2.4-a)$$

- mit  $S_i$  - Leistungsdichtespektrum des Stromes  
 $I_{DC}$  - Gleichstrom durch die Diode  
 $e$  - Elementarladung  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  As  
 $M_n$  - Multiplikationskoeffizient der Elektronen  $M_n \sim I_{DC}$   
 $M_p$  - Multiplikationskoeffizient der Defekt-Elektronen  $M_p \sim I_{DC}$   
 $k$  - Verhältnis der Ladungsmultiplikation zum Strom (konstant)

Das Ersatzschaltbild entspricht also dem des Schottrauschens. Im Gegensatz zu diesem steigt das normalisierte Lawinenstrom-Rausch-LDS mit dem Gleichstrom.

Alte [40] und neuere Untersuchungen [23] zeigen, dass dieses Modell für gewöhnliche Dioden (Z-Dioden, Gleichrichter-Dioden) nicht ausreicht: Beim Einsetzen des Durchbruchs erzeugt Stoßionisation in einem Halbleiterübergang Mikroplasmen, also kleinste Bereiche (Größenordnung  $\approx 50 \mu\text{m}$ ), die aufgrund des hohen elektrischen Feldes teilionisiert sind und daher eine relativ große Leitfähigkeit aufweisen. Diese Plasmen dominieren den gesamten Durchbruch-Strom. Ihr statistisches Ein- und Ausschalten (bistabiles Verhalten), erzeugt eine recht große Strom-Rauschleistungsdichte. Mit steigender Sperrspannung erhöht sich die mittlere Einschaltdauer und damit der Gleichstrom. Es ergibt sich nicht nur das gleiche Ersatzschaltbild wie beim Schottrauschen, sondern auch die gleiche Strom-Abhängigkeit (-10 dB pro Dekade):

$$\frac{S_i}{I_{DC}^2} \sim \frac{U_{Br}^2}{I_{DC}} \quad (2.4-b)$$

- mit  $S_i$  - Leistungsdichtespektrum des Stromes  
 $I_{DC}$  - Gleichstrom durch die Diode  
 $U_{Br}$  - Durchbruchspannung

Weil das mit Z-Dioden erzeugte Rauschen über der Frequenz konstant und sehr groß ist, werden Rauschquellen in der NF- und HF-Messtechnik fast ausschließlich mit diesen Bauteilen realisiert. Das Umschalten (ein/aus) der Plasma-Bereiche erfolgt sehr schnell, so dass sich Rauschdioden bis über 10 GHz realisieren lassen.

Bei Z-Dioden mit niedrigen Durchbruchspannungen ( $U_{Br} \leq 5V$ ) entstehen keine Mikroplasmen, sondern ein Tunnel-Übergang zwischen Valenz- und Leitungsband. Hier wird also hauptsächlich Schrotrauschen beobachtet.

## 2.5 Generations-Rekombinations-Rauschen (G/R noise)

Sind in einem Material Generation/Rekombinations-Zentren vorhanden, so besetzen einige Ladungsträger für eine mittlere Zeit  $\tau$  (Relaxationszeit) diese freien Energieniveaus, wodurch es zu einer Schwankung der Anzahl freier Ladungsträger kommt. Das führt wiederum zu einer Widerstandsfluktuation:

$$\frac{S_N}{N^2} = \frac{S_R}{R^2} = \frac{\overline{\Delta N^2}}{N^2} \cdot \frac{4 \cdot \tau}{1 + \omega^2 \cdot \tau^2} = \frac{\overline{\Delta N^2}}{N^2} \cdot \frac{4 \cdot \tau}{1 + (f/f_g)^2} \quad (2.5-a)$$

- mit  $S_N$  - Leistungsdichtespektrum der Ladungsträger-Anzahlfluktuationen  
 $S_R$  - Leistungsdichtespektrum der Widerstandsfluktuationen  
 $N$  - Anzahl der Ladungsträger  
 $\Delta N$  - Schwankungen der Ladungsträger-Anzahl  
 $R$  - Widerstand  
 $\tau$  - Relaxationszeit der G/R-Zentren  $1/\tau = 2\pi \cdot f_g$   
 $\omega$  - Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi \cdot f$

Es tritt also ein lorentz-förmiges Leistungsdichtespektrum auf, d.h. für tiefe Frequenzen ist es konstant, ab der Frequenz  $\omega_g = 1/\tau$  sinkt es quadratisch. Weiterhin fällt auf, dass wegen  $S_R \sim 1/N^2$  die Bauteilgröße eine entscheidende Rolle spielt. Aus dem Lorentzspektrum folgt eine exponentiell abklingende Autokorrelationsfunktion:

$$r_{NN}(\Delta t) = \overline{\Delta N^2} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \quad (2.5-b)$$

- mit  $\Delta t$  - Zeitverschiebung  
 $\Delta N$  - Schwankungen der Ladungsträger-Anzahl  
 $\tau$  - Relaxationszeit der G/R-Zentren

In der Praxis taucht oft das Problem auf, die Relaxationszeit aus dem Spektrum zu bestimmen. Gut bewährt hat sich dabei folgende Methode: In einem Diagramm trägt man das Produkt  $S_N \cdot f$  über der Frequenz  $f$  auf (Frequenz-Achse am besten logarithmisch). Das meistens zusammen mit dem GR-Rauschen ebenfalls auftretende  $1/f$ -Rauschen ist in diesem Diagramm konstant, während das GR-Rauschen bei  $f_g = 1/(2\pi \cdot \tau)$  ein Maximum erzeugt und somit leicht abgelesen werden kann.

Um die Aktivierungsenergie zu bestimmen, muss die Relaxationszeit bei unterschiedlichen Temperaturen gemessen werden. Aus der Beziehung:

$$\frac{1}{\tau} \sim T^2 \cdot \exp\left(-\frac{\Delta E_i}{k \cdot T}\right) \quad (2.5-c)$$

mit  $\tau$  - Relaxationszeit  
 $\Delta E_i$  - Aktivierungsenergie  
 $k$  - Boltzmann-Konstante  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K  
 $T$  - (absolute, thermodynamische) Temperatur

kann man eine Möglichkeit dazu erkennen: Wird  $\tau \cdot T^2$  logarithmisch über  $1/T$  (Arrhenius-Diagramm) aufgetragen, so ergibt sich eine Gerade, dessen Steigung der Aktivierungsenergie entspricht [15].

## 2.6 1/f-Rauschen (flicker noise)

Rauschen, dessen Leistungsdichtespektrum (LDS) einen  $1/f^\beta$ -Verlauf (mit  $\beta \approx 1$ ) besitzt, nennt man 1/f-Rauschen. Es ist ein sehr universelles Phänomen, das in allen wissenschaftlichen Bereichen auftritt. Bis zum heutigen Tage existieren jedoch weder mathematische noch physikalische Modelle, welche die Entstehung des 1/f-Rauschens zufriedenstellend beschreiben. Erfolgversprechende Ansätze hierzu sind bereits vorhanden.

Die folgende Aufzählung enthält einige wenige Beispiele dafür, wo 1/f-Rauschen beobachtet wird. Praktisch jede Wissenschaft ist vertreten:

- Intensität der Röntgenstrahlung von Sternen und Galaxien [4], [5]
- Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation [10]
- Anzahl der Photonen bei der Raman-Streuung [9]
- Anzahl der chemischen Reaktionen in kleinen Volumina [10]
- Rhythmus des Herzschlages [7]
- Anzahl der Primzahlen in aufeinander folgenden Intervallen gleicher Länge [1]
- Verkehr auf einer Autobahn [6]
- Verlorene Zeit beim „Zu-Spät-Kommen“ von Mitarbeitern [2]
- Fehler beim Abschätzen von Länge oder Zeit durch Menschen [8]

Besonders aus energetischer Sicht sind Spektren mit reiner 1/f-Abhängigkeit sehr interessant, was die folgende Rechnung zeigt:

$$P = \int_{f_1}^{f_2} W(f) \cdot df = \int_{f_1}^{f_2} \frac{c}{f} \cdot df = c \cdot \ln \frac{f_2}{f_1} \quad (2.6-a)$$

mit  $P$  - Leistung im Frequenz-Intervall  $f_1 \dots f_2$   
 $W$  - Leistungsdichtespektrum  
 $c$  - Konstante

Daraus lassen sich direkt folgende Eigenschaften ablesen:

- Damit die Gesamtenergie nicht unendlich groß wird, muss sowohl eine untere als auch eine obere Frequenzgrenze existieren (sonst IR- und UV-Katastrophe). (Eine andere, weniger wahrscheinlichere Möglichkeit wäre, dass 1/f-Rauschen nicht stationär ist.)
- Jedes relative Frequenzintervall enthält die gleiche Leistung, unabhängig von den absoluten Frequenzgrenzen.
- Es handelt sich um die energetisch günstigste Form, um bei konstanter Gesamtleistung einen möglichst breiten Frequenzbereiche zu belegen.

Eine Autokorrelationsfunktion existiert nicht, da die Fourier-Transformation von  $S(f) = 1/f$  nicht konvergiert. Die Korrelation zu vergangenen Werten scheint aber größer zu sein, als bei den anderen Rausch-Arten. Man sagt 1/f-Rauschen ist ein Prozess mit Langzeitgedächtnis.

## 2.7 Elektronisches 1/f-Rauschen

Elektronisches 1/f-Rauschen gewinnt seit einigen Jahren immer mehr an Bedeutung. Hauptsächlich lassen sich drei Gründe dafür nennen:

1. Radio-Empfänger, die ohne Zwischenfrequenz arbeiten, und deren Empfindlichkeit daher durch das Niederfrequenz-Rauschen bestimmt wird, erlangen viel Interesse [26].
2. Aufgrund der Verwendung neuer Modulationsverfahren verlangt man von Oszillatoren eine sehr große spektrale Reinheit, die nur durch geringes 1/f-Rauschen erreicht werden kann [38].
3. Untersuchungen deuten verstärkt darauf hin, dass ein deutlicher Zusammenhang zwischen 1/f-Rauschen sowie der Qualität und Lebensdauer von elektronischen Baugruppen besteht [32].

Ein endgültiger Durchbruch bei der Erforschung des 1/f-Rauschens ist bisher noch nicht erreicht. Trotz Messungen bis hinunter zu  $10^{-6}$  Hz [11] konnte die untere Grenzfrequenz nicht gefunden werden. Auch die obere Grenzfrequenz ist unbekannt, da das 1/f-Rauschen bei der sogenannten Eckfrequenz  $f_c$  im weißen Rauschen untergeht. Eckfrequenzen von mehreren 100 MHz sind in der Literatur öfters zu finden (z.B. [12]). Präzisions-Messungen ergaben, dass die Amplituden-Dichteverteilung gaußverteilt ist oder zu mindestens nur sehr gering davon abweicht [29]. Die Ursachen für das Auftreten von 1/f-Rauschen unterscheiden sich bei unterschiedlichen Bauteilen und Materialien.

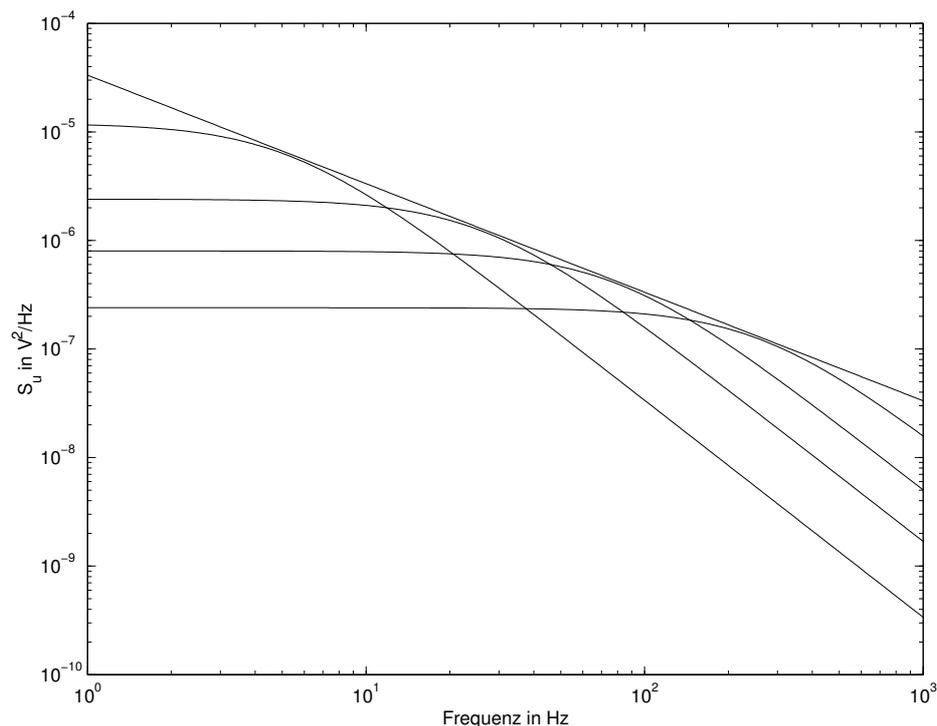
Zwei Modelle sind weit verbreitet: Das McWhorter-Modell und das Hooge-Modell. Weiterhin wurden einige weniger bekannte, hauptsächlich theoretische Modelle entwickelt, wie z.B. das Modell von Voss und Clarke und das Modell von Handel.

Das Modell von Voss und Clarke [36] erklärt die Entstehung des 1/f-Rauschens durch lokale Temperatur-Schwankungen im Material, d.h. also Fluktuationen im thermischen Gleichgewicht verändern die Leitfähigkeit. Erfolge konnten mit dieser Theorie nur in dünnen, kontinuierlichen Metall-Filmen erzielt werden [37].

Das Modell von Handel [30] erklärt das 1/f-Spektrum durch die Überlagerung zweier Teilwellen – gestreutes Elektron (Bremsstrahlung) und nicht gestreutes Elektron. Dieses Modell wurde ohne zusätzliche Annahmen aus der Quantenmechanik und der Quanten-Elektrodynamik (QED) abgeleitet. Da es für die Entstehung von 1/f-Fluktuationen lediglich ein „chaotisches System“ mit den Eigenschaften Nicht-Linearität und Homogenität

voraussetzt, lässt sich der universelle Charakter von fundamentalem 1/f-Rauschen sehr leicht begründen.

Bild 2-3 zeigt die Entstehung des 1/f-Rauschspektrums nach dem McWhorter-Modell. Demnach entsteht das Spektrum durch die Superposition mehrerer GR-Spektren mit unterschiedlichen Relaxationszeiten  $\tau$  aber gleichen Ladungsträger-Schwankungen  $\langle \Delta N^2 \rangle$ . Bei einigen Bauteilen (nicht-kontinuierliche Metall-Filme, evtl. MOSFETs) scheint das McWhorter-Modell die korrekte Erklärung für die Entstehung von 1/f-Rauschen zu sein. Für den Großteil der Materialstrukturen existieren allerdings bereits deutliche experimentelle Befunde, die gegen dieses Modell sprechen [29]. Ein großes Problem besteht auch darin, dass in den Materialien Generation/Rekombinations-Zentren (Traps) existieren müssten, die sehr unterschiedliche Relaxationszeiten ( $10^6 \dots 10^{-6}$  sec) besitzen.



**Bild 2-3 : Entstehung des 1/f-Spektrums nach dem McWhorter-Modell**

Beim Hooge-Modell handelt es sich um ein empirisches Modell, das mit großem Erfolg eingesetzt wird:

$$\frac{S_G}{G^2} = \frac{S_R}{R^2} = \frac{S_i}{I_{DC}^2} \Big|_{\Delta U=0} = \frac{S_u}{U_{DC}^2} \Big|_{\Delta I=0} = \frac{\alpha}{N \cdot f} \quad (2.7-a)$$

- mit
- $S_G$  - Leistungsdichtespektrum des Leitwertes  $G$
  - $S_R$  - Leistungsdichtespektrum des Widerstandes  $R$
  - $S_i$  - Leistungsdichtespektrum des Stromes  $I$
  - $S_u$  - Leistungsdichtespektrum der Spannung  $U$
  - $f$  - Frequenz
  - $N$  - Anzahl der am Rauschprozess beteiligten Ladungsträger
  - $\alpha$  - Hooge-Parameter

Demnach handelt es sich beim 1/f-Rauschen um eine Widerstand-Fluktuation, die sich proportional zum Kehrwert der Ladungsträger-Anzahl (Bauteil-Größe entscheidend!) verhält. (Der Term 1/N könnte ein Indiz dafür sein, dass N Ladungsträger unabhängig voneinander das Rauschen erzeugen.) Dies scheint die einzige Gemeinsamkeit bei den unterschiedlichen Rausch-Ursachen zu sein. Am besten erforscht ist das 1/f-Rauschen von III/V-Halbleitern, vor allem GaAs [13]. Alle weiteren Betrachtungen beziehen sich auf diese Rausch-Art.

Das 1/f-Rauschen in GaAs, InP etc. wird durch die Beweglichkeits-Fluktuationen verursacht, die aufgrund von unregelmäßigen Streuungen am Kristall-Gitter entstehen. D.h. also, die Stärke der thermischen Gitter-Schwingungen (entspricht quantenmechanisch der Anzahl der Phononen) ändert sich unregelmäßig, wodurch die Beweglichkeit der Ladungsträger schwankt und damit schließlich auch der elektrische Widerstand fluktuiert [13, 16].

Beim 1/f-Rauschen in GaAs handelt es sich um Anzahl-Fluktuationen von Phononen.

Dass das Widerstands-Rauschen auch im stromlosen Zustand existiert, konnte sogar messtechnisch bewiesen werden [21]. Eine weitere wichtige Eigenschaft ist, dass ein rauschender Widerstand keine räumliche Korrelation besitzt.

Da die Beweglichkeit der Ladungsträger nicht nur von den Gitter-Schwingungen begrenzt wird, ist es sinnvoll, den Hooge-Parameter weiter zu charakterisieren. Existieren z.B. die zwei Streu-Mechanismen Gitterschwingung und Verunreinigung, dann ergibt sich die Gesamtbeweglichkeit nach dem Matthiessen Gesetz (streng genommen nur eine Näherung):

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{latt}} + \frac{1}{\mu_{imp}} \quad (2.7-b)$$

mit  $\mu$  - Gesamtbeweglichkeit  
 $\mu_{latt}$  - Beweglichkeit aufgrund der Streuung an Gitterschwingungen  
 $\mu_{imp}$  - Beweglichkeit aufgrund der Streuung an Verunreinigungen

Für den Hooge-Parameter folgt daher:

$$\alpha = \left( \frac{\mu}{\mu_{latt}} \right)^2 \cdot \alpha_{latt} + \left( \frac{\mu}{\mu_{imp}} \right)^2 \cdot \alpha_{imp} \quad (2.7-c)$$

mit  $\mu$  - Gesamtbeweglichkeit  
 $\mu_{latt}$  - Beweglichkeit aufgrund der Streuung an Gitterschwingungen  
 $\mu_{imp}$  - Beweglichkeit aufgrund der Streuung an Verunreinigungen  
 $\alpha$  - Hooge-Parameter  
 $\alpha_{latt}$  - Hooge-Parameter bezüglich der Gitterschwingungen  
 $\alpha_{imp}$  - Hooge-Parameter bezüglich der Verunreinigungen

Weil das 1/f-Rauschen durch Fluktuationen der Gitter-Schwingungen entsteht, ist  $\alpha_{imp} = 0$  ! Bei der Größe  $\alpha_{latt}$  handelt es sich um eine Materialkonstante, die von der Qualität Q des Kristall-Gitters ( $\alpha_{latt} \sim Q^{-1}$ ) und der Temperatur abhängt. Die Temperatur-Abhängigkeit konnte noch nicht vollständig erklärt werden. Unterschiedliche Phononen-Moden könnten daran beteiligt sein [17, 18].

Die Frage, warum die Phononen-Anzahl-Fluktuation zu einem 1/f-Spektrum führen, bleibt offen. Werte für den Hooge-Parameter der Gitterschwingungen bei Raum-Temperatur sind [18]:

$$\begin{array}{ll} \text{GaAs:} & \alpha_{\text{latt}} = 5 \dots 7 \cdot 10^{-4} \\ \text{InP:} & \alpha_{\text{latt}} = 3 \cdot 10^{-3} \\ \text{Si:} & \alpha_{\text{latt}} = 2 \cdot 10^{-3} \end{array}$$

## 2.8 Weitere Rauschursachen

In diesem Kapitel sollen abschließend noch einige selten auftretende und daher weniger bekannte Rauschtypen kurz erwähnt werden.

Kontakt-Rauschen wird bei stromführenden, mechanischen Kontakten (wie z.B. bei Wafer-Probes) in Form von 1/f-Rauschen beobachtet [28]. Es handelt sich dabei um eine zeitliche Änderung des Kontaktwiderstandes. Daher steigt es mit dem Kontaktwiderstand und ist proportional zum Quadrat des Gleichstromes.

Das Telegrafie-Rauschen (RTN = random telegraph noise oder RTS noise = random telegraph signal noise) kann vor allem bei Bauteilen beobachtet werden, deren Abmessungen so klein sind, dass wenige (im Extremfall nur ein) Ladungsträger bereits merkliche Schwankungen im Strom oder in der Spannung hervorrufen können (z.B. Submikron-MOSFETs [33], Tunneldioden [34]). Erkennen kann man Telegrafie-Rauschen im Zeitbereich durch die ständig wiederkehrenden Sprünge in der Meßgröße innerhalb eines charakteristischen Zeitintervalls (daher der Name: Der Verlauf ähnelt dem eines Telegrafie-Signals im Basisband). Diese Rauschart ist stark mit dem Generations-Rekombinations-Rauschen verwandt und besitzt ebenfalls ein Lorentz-Spektrum. Dem entsprechend existieren auch Berichte, welche in bestimmten Bauteilen Telegrafie-Rauschen als Ursache für 1/f-Rauschen untersuchen [35] (siehe auch McWhorter-Modell).

Burst-Rauschen erkennt man im Zeitbereich an den spitzen-förmigen Einbrüchen, die oft in Gruppen auftreten. Beobachten kann man es z.B. in Photodetektoren [27]. Es besitzt ein Lorentz-Spektrum.

Bei bipolar Transistoren und einigen anderen Bauteilen kann manchmal rechteckförmiges Burst-Rauschen beobachtet werden, welches dann oft Popcorn-Rauschen genannt wird (klingt wie die Herstellung von Popcorn). Meistens tritt es mit einer charakteristischen Pulsbreite  $t_p$  und Wiederhol-Dauer auf [20]. Da letztere relativ groß ist ( $>50\text{ms}$ ), entsteht ein spitzenförmiges Leistungsdichte-Spektrum bei der Frequenz  $f = 1/t_p$ .

## 2.9 Rauschursachen beim MESFET

MESFETs und HEMTs besitzen drei intrinsische, unkorrelierte Hochfrequenz-Rauschquellen: Das thermische Rauschen des Kanals und des intrinsischen Gate-Widerstandes (über den die Gate-Source-Kapazität geladen wird) [14] und das Schrot-Rauschen der Gate-Source-Diode (was meistens vernachlässigt wird) [31]. Die parasitären, extrinsischen Widerstände besitzen genau wie der intrinsische Gate-Widerstand rein thermisches Rauschen; besonders bei MESFETs und HEMTs führt die geringe Kanal-Länge zu hohen Feldstärken und damit zu Diffusionsrauschen im Kanal (typische Elektronengas-Temperaturen ca. 5000 K [14]). Da die genaue Größe des intrinsischen Gate-Widerstandes schwer zu bestimmen ist, gelangt man

auch hier oft zu Rausch-Temperaturen ungleich der Bauteil-Temperatur. Für die Modellierung spielt dies jedoch keine Rolle. Zusammenfassend kann man also sagen, dass komplexe Rauschmessungen mit Impedanz-Tunern für die vollständige Rausch-Charakterisierung eines FETs nach diesem Modell (dem Pospieszalski-Modell) nicht notwendig sind [39].

Obwohl die physikalischen Rauschursachen der FETs frequenz-unabhängig sind (mit Ausnahme des NF-Rauschens), sorgen die parasitären Blind-Komponenten für das Gegenteil [3]. Mit sinkender Frequenz wandert die optimale Quellen-Impedanz (bezüglich der Rauschzahl  $F$ ) in Richtung Leerlauf. (Das dominante Kanal-Rauschen hat den Charakter einer Eingangs-Rausch-Spannungsquelle.) Vor allem der Einfluss Gate-Kanal-Kapazität ist dafür verantwortlich, das Eingangs-Rausch-Spannungs- und –Strom-Quelle quadratisch mit der Frequenz steigen. Der Korrelationskoeffizient zwischen den beiden Rausch-Quellen ist rein imaginär und konstant. (Der Korrelationsleitwert steigt linear mit der Frequenz.) Als Folge davon steigt die minimale Rauschzahl linear mit der Frequenz und die optimale Generator-Impedanz sinkt linear.

Das  $1/f$ -Rauschen in JFETs ist hauptsächlich eine vom Kanal stammende Rauschspannung und somit praktisch unabhängig von der Quellimpedanz. Über  $1/f$ -Rauschen des Gate-Stromes berichtet [25], die Korrelation zum Kanalrauschen wurde in [24] untersucht.

### 3 Literaturverzeichnis

- [1] Marek Wolf: „ $1/f$  Noise in the Distribution of Prime Numbers”, *Physica A*, 1997
- [2] M. Dishon-Berkovits, R. Berkovits: „Work-related Tardiness: Lateness Incident Distribution and Long-range Correlations”, *Fractal*, 1997
- [3] R. Müller: „Rauschen”, Springer-Verlag, 1990, ISBN 3-540-51145-8
- [4] T. Belloni, G. Hasinger: “Variability in the Noise Properties of Cygnus X-1”, *Astron. Astrophysics*, 1990
- [5] A. Lawrence, M. G. Watson, K. A. Pounds, M. Elvis: “Low-frequency Divergebt X-ray Variability in the Seyfert Galaxy NGC4051”, *Nature*, 1987
- [6] T. Musha, H. Higuchi: “The  $1/f$  Fluctuation of a Traffic Current on an Expressway”, *Japanese Journal of Applied Physics*, July 1976
- [7] D. Chiou, H. Huang, H.Chan, C. Wu: “Extraction if  $1/f$  Component from Heartbeat Interval Signal by Singular Spectrum Analysis”, *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, February 2000
- [8] Gildea, Thornton, Mallon: “ $1/f$  Noise in Human Cognition”, *Science*, 1995
- [9] T. Musha, B. Gabor, M. Shoji: “ $1/f$  photon-number fluctuations in quartz observed by light scattering”, *Phys. Rev. Lett.*, 1990
- [10] Kuzovlev: “Kinetic theory beyond conventional approximations and  $1/f$ -noise”, *Donetsk Physics and Technology Institute of NASU*, February 27, 1999
- [11] Kleinpenning, Kuijper: “Relation between variance and sample duration of  $1/f$  noise signals”, *Journal Applied Physics*, January 1988
- [12] Chan, Pavlidis: “Trap Studies in GaInP/GaAs and AlGaAs/GaAs HEMT’s by Means of Low-Frequency Noise and Transconductance Dispersion Characterization”, *IEEE Transactions on Electron Devices*, May 1994
- [13] F. N. Hooge: “ $1/f$  Noise Sources”, *IEEE Trans. Electron Devices*, November 1994
- [14] Pospieszalski: “Modeling of Noise Parameters of MESFET’s and MODFET’s and Their Frequency and Temperature Dependence”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 37, No. 9, September 1989
- [15] A. D. van Rheeën, Tehrani, Hoogstra, Curless, Peffley: „Low Frequency Noise in HFETs“, *Microwave Journal*, September 1992

- [16] Mihaila, Heedt, Scheffer, Tegude: "Origin of 1/f Noise in InAlAs/InGaAs HEMT's", 8<sup>th</sup> Conf. IPRM '96, ISBN 0-7803-3283-0
- [17] Chen, Hooge, Leys: „The Temperature Dependence of 1/f Noise in InP“, Solid-State Electronics, 1997
- [18] X. Y. Chen: „Unsolved Problems – Temperature Dependence of 1/f Noise“, In Proc. Of Intern. Conf., 1996
- [19] National Semiconductor: "Noise Specs Confusing ?", Application Note 104, May 1974
- [20] Koji: "The Effect of Emitter-Current Density on Popcorn Noise in Transistors", IEEE Transactions on Electron Devices, January 1975, pp. 24 ... 25
- [21] Hooge, Kleinpenning, Vandamme: "Experimental studies on 1/f noise", Rep. On Progress in Physics, vol. 44, p. 479, 1981
- [22] McIntyre: "Multiplication noise in uniform avalanche photodiodes", IEEE Transactions on Electron Devices, vol. ED-13, no. 1, pp. 164-168, January 1966
- [23] Marinov, Deen, Loukanov, Velikov: "The Low Frequency Noise in Reverse Biased Rectifier Diodes", IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 49, no. 1, pp. 184-187, January 2002
- [24] Vandamme, Rigaud, Peransin: „Coherence Between Gate- and Drain-Current Fluctuations in MESFET's and MODFET's Biased in the Ohmic Region“, IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 39, No. 10, October 1992
- [25] Vandamme, Rigaud, Peransin, Alabedra, Dumas: „Gate Current 1/f Noise in GaAs MESFET's“, IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 35, No. 7, July 1988
- [26] Ang, Chongcheawchamnan, Kpogla, Young, Robertson, Kim, Ju, Seo: "Monolithic Ka-band Even-Harmonic Quadrature Resistive Mixer for Direct Conversion Receivers", IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium, 2001
- [27] Pogany, Ababou, Guillot: "Burst Noise in Forward Current of Lattice-Mismatched InP/InGaAs/InP Photodetectors", AIP Conference Proceedings "Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations", 1993, American Institute of Physics
- [28] Yassine, Chen, Breitman: "Characterization of Probe Contact Noise for Probes Used in Wafer-Level Testing", IEEE Electron Device Letters, vol. 12, No. 5, May 1991
- [29] Hooge, Kleinpenning, Vandamme: "Experimental studies on 1/f noise", Reports on progress in physics, 1981
- [30] P. H. Handel: "The Nature of Fundamental 1/f Noise", AIP Conference Proceedings "Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations", 1993, American Institute of Physics
- [31] John Maxwell: „The Low Noise JFET – The Noise Problem Solver“, National Semiconductor, Application Note 151, January 1976
- [32] Z. Celik-Butler: "Low-Frequency Noise Measurements as a Characterization and Testing Tool in Microelectronics", AIP Conference Proceedings "Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations", 1993, American Institute of Physics
- [33] O. Roux-dit-Buisson, G. Ghibaudo, J. Brini, G. Guegan: "Low-Frequency Noise and Random Telegraph Signals in 0.35µm Silicon CMOS Devices", AIP Conference Proceedings "Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations", 1993, American Institute of Physics
- [34] Sze-Him Ng, Charles Surya, Elliott R. Brown, Paul A. Maki: "Random Telegraph Fluctuations in GaAs/Al<sub>0.4</sub>Ga<sub>0.6</sub>As Resonant Tunneling Diodes", AIP Conference Proceedings "Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations", 1993, American Institute of Physics
- [35] E. Simoen, B. Dierickx: "Critical Examination of the Relationship between Random Telegraph Signals and Low-Frequency Noise in Small-Area Si MOSFET's", AIP Conference Proceedings "Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations", 1993, American Institute of Physics

- [36] R. F. Voss, J. Clarke: "Flicker 1/f noise: Equilibrium temperature and resistance fluctuations", Physical review, vol. B-13, p. 556, 1976
- [37] Jiang, Hallemeier, Surya, Phillips: „Low-Frequency Excess Noise in YbCo Thin Films Near the Transition Temperature“, AIP Conference Proceedings "Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations", 1993, American Institute of Physics
- [38] Verdier, Llopis, Plana, Graffeuil: "Analysis of Noise Up-Conversion in Microwave Field-Effect Transistor Oscillators", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 44, No. 8, August 1996
- [39] Rudolph, Doerner, Heymann, Klapproth, Böck: "Direct Extraction of FET Noise Models From Noise Figure Measurements", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 50, no. 2, February 2002
- [40] H. Beneking: "Praxis des elektronischen Rauschens", Bibliographisches Institut AG, Mannheim 1971, Hochschultaschenbücher-Verlag, S. 52,53